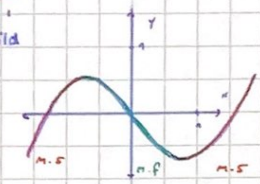
08. 11. 2021

Funktionsuntersuchungen

Monotonie

Eine Funktion f heißt monoton wachsend / fallend auf einem Intervall I, falls das Schaubild bergauf / bergab geht. Das heißt

$f'(x) \geq 0$
für $x \in I$
$f'(x) \leq 0$



$I_1 =]-\infty; -1]$ $I_2 = [-1; 1]$ $I_3 = [1; \infty[$

Bsp. Untersuche die Funktion $f(x) = x^3 - 3x$ auf Monotonie.

1. Schritt: Ableiten

$f'(x) = 3x^2 - 3$

2. Schritt: Ableitung Nullsetzen

$3x^2 - 3 = 0 \quad |+3 \quad |:3$

$x^2 = 1 \quad |\sqrt{\ }$

$x_{1/2} = \pm 1 \qquad x_1 = 1 \qquad x_2 = -1$

3. Schritt: Intervall aufstellen

$I_1 =]-\infty; -1]$

$I_2 = [-1; 1]$

$I_3 = [1; \infty[$

4. Schritt: Steigung bestimmen (Werte aus der Mitte des Intervalls in der Ableitung einsetzen)

I_1: $f'(-2) = 3 \cdot (-2)^2 - 3 = 9 > 0 \rightarrow$ m.s. auf I_1

I_2: $f'(0) = 3 \cdot 0^2 - 3 = -3 < 0 \rightarrow$ m.f. auf I_2

I_3: $f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 3 = 9 > 0 \rightarrow$ m.s. auf I_3

Bsp. $f(x) = e^x \cdot x$

① $f'(x) = e^x \cdot x + e^x \cdot 1$

$= e^x (x + 1)$

② $e^x \cdot (x + 1) = 0$

$\swarrow$ ↯ $\qquad \searrow x_1 = -1$

③ $I_1 =]-\infty; -1]$

$I_2 = [-1; \infty[$

④ I_1: $f'(-2) = e^{-2} \cdot (-2 + 1) = -e^{-2} < 0 \rightarrow$ m.f. auf I_1

I_2: $f'(2) = e^2 \cdot (2 + 1) = 3e^2 > 0 \rightarrow$ m.s. auf I_2