

Tangente und Normale:

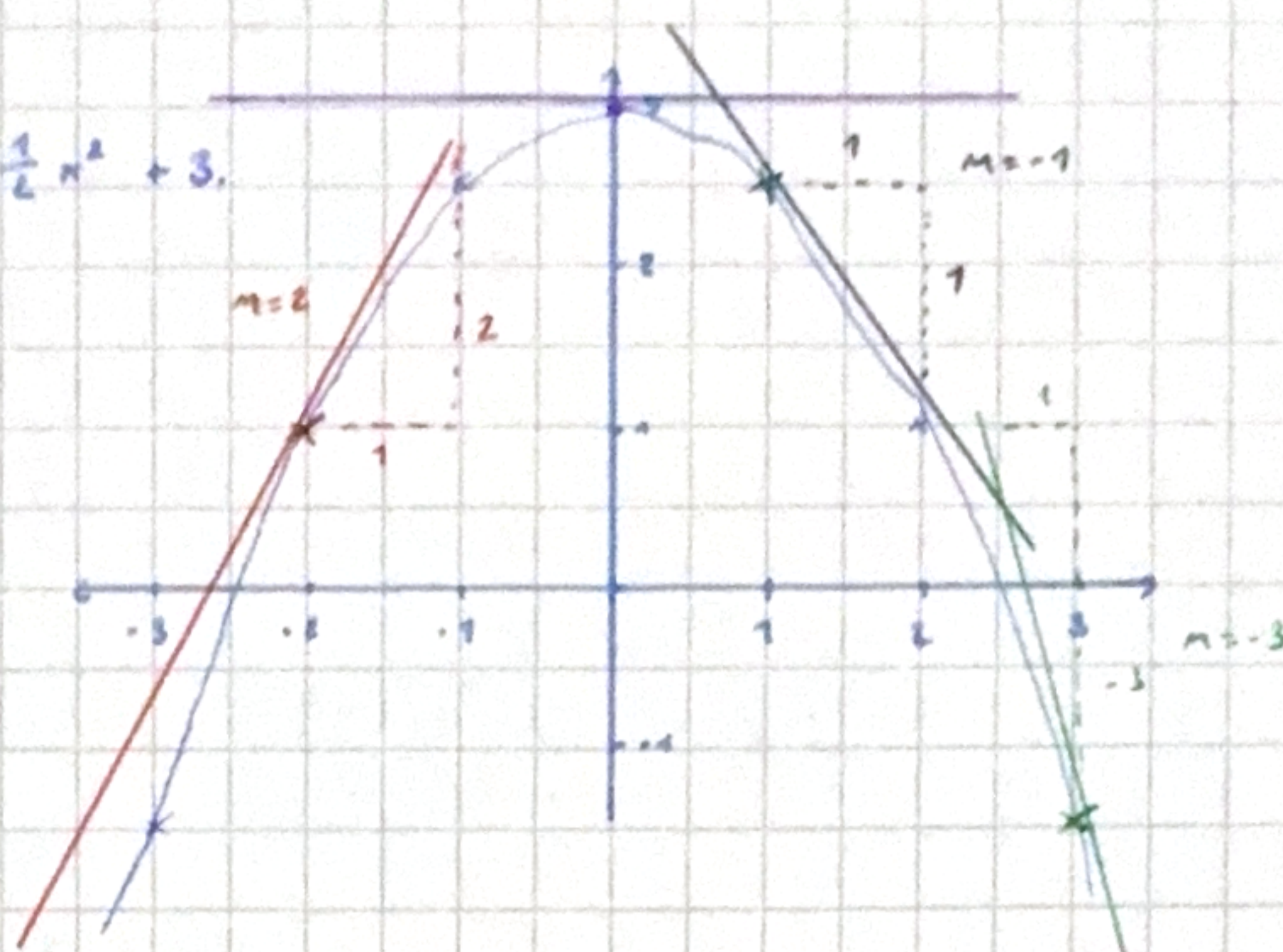
Bsp. Gegeben ist die Funktion $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3$.
Bestimme grafisch.

$$f'(-2) = 2$$

$$f'(1) = -1$$

$$f'(3) = -3$$

$$f'(0) = 0$$



Anleitung: Tangentengleichung aufstellen.

Bsp. $f(x) = -x^2 + 3x$ bei $x = 3$

① Ansatzfunktion: $g(x) = mx + b$

② Steigung bestimmen: x in f' einsetzen

$$\text{Ableiten: } f'(x) = -2x + 3$$

$$x \text{ einsetzen: } f'(3) = -2 \cdot 3 + 3 = -3 \rightarrow m = -3$$

③ Punkt bestimmen: x in f einsetzen

$$f(3) = -3^2 + 3 \cdot 3 = 0 \rightarrow P(3 | 0)$$

④ Punkt und Steigung in Ansatzfunktion einsetzen (um b auszurechnen)

$$0 = -3 \cdot 3 + b \quad | +9$$

$$b = 9$$

⑤ Lösung hinschreiben: (m und b in ①)

$$g(x) = -3x + 9$$

Übungen:

① $f(x) = -2x^2 + 4$ bei $x = -1$

② $f(x) = x^3 - 6x + 1$ bei $x = 2$

③ $f(x) = e^{2x} - 2$ bei $x = 0$

④ $f(x) = \sin(x)$ bei $x = 0$

⑤ $f(x) = e^x \cdot x$ bei $x = 0$

⑥ $f(x) = \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$ bei $x = \pi$

1. ① $g(x) = mx + b$

② $f'(x) = 4x$

$$f'(-1) = 4 \cdot (-1) = -4 \rightarrow m = -4$$

③ $f(-1) = -2 \cdot (-1)^2 + 4 = 2 \rightarrow P(-1 | 2)$

④ $2 = -4 \cdot (-1) + b \quad | -4$

$$b = 6$$

⑤ $g(x) = -4x + 6$

2. ① $g(x) = mx + b$

② $3x - 6$

$$f'(2) = 3 \cdot 2 - 6 = 0 \rightarrow m = 0$$

③ $f(2) = 2^3 - 6 \cdot 2 + 1 = 5 \rightarrow P(2 | 5)$

④ $5 = 0 \cdot 2 + b \quad | -0$

$$b = 5$$

⑤ $g(x) = 0x + 5$

3. ① $g(x) = mx + b$

② $2e^{2x}$

$$f'(x) = 2e^{2x} \rightarrow m = 2$$

③ $f(0) = e^{2 \cdot 0} - 2 = -1 \rightarrow P(0 | -1)$

④ $-1 = 2 \cdot 0 + b \quad | -2$

$$b = -1$$

⑤ $g(x) = 2 \cdot 0 + (-1)$

4. ① $g(x) = mx + b$

② $f'(x) = \cos(x)$

$$f'(0) = \cos(0) \rightarrow m = 1$$

③ $f(0) = \sin(0) = 0 \rightarrow P(0 | 0)$

④ $0 = 1 \cdot 0 + b$

$$b = 0$$

⑤ $g(x) = 1 \cdot 0 + 0$