

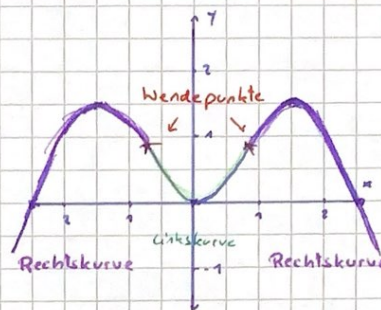
Wendepunkte

Die zweite Ableitung gibt die Krümmung des Schaubilds an:

$$f''(x) > 0 \text{ Linkskurve}$$

$$f''(x) < 0 \text{ Rechtskurve}$$

Ein Wendepunkt ist der Punkt, an dem sich die Krümmung ändert.



Notwendige Bedingung: $f''(x) = 0$

Hürreichende Bedingung:

- 1) VZW bei $f''(x)$
- 2) $f'''(x) \neq 0$ ($f'''(x) > 0$: Rk \rightarrow Lk)
($f'''(x) < 0$: Lk \rightarrow Rk)

Anleitung Wendepunkte:

- ① Dreimal ableiten
- ② Zweite Ableitung Null setzen
- ③ Ergebnisse aus ② in 3. Ableitung einsetzen
 $f'''(x) \neq 0 \rightarrow$ WP bei x
 $f'''(x) = 0 \rightarrow$ VZW bei f''
- ④ x -Wert bestimmen (Lösung aus ② in f einsetzen)

Bsp. $f(x) = x^3 - 12x + 1$

- ① $f'(x) = 3x^2 - 12$
 $f''(x) = 6x$
 $f'''(x) = 6$
- ② $6x = 0 \quad | :6$
 $x = 0$
- ③ $f'''(0) = 6 \neq 0 \rightarrow$ WP bei $x = 0$
- ④ $f(0) = 1 \rightarrow$ W(0|1)

Übungen:

1. $f(x) = x^3 - 6x^2 + x - 1$
2. $f(x) = x^4 - 6x^2 + 3$
3. $f(x) = e^x \cdot x$
4. $f(x) = e^x \cdot (x^2 + 2)$

3. $f(x) = e^x \cdot x$

- ① $f'(x) = e^x - 1$
 $f''(x) = e^x$
 $f'''(x) = e^x$
- ②

1. $f(x) = x^3 - 6x^2 + x - 1$

- ① $f'(x) = 3x^2 - 12x + 1$
 $f''(x) = 6x - 12$
 $f'''(x) = 6$
- ② $6x - 12 = 0 \quad | +12$
 $6x = 12 \quad | :6$
 $x = 2$

③ $f'''(2) = 6 \neq 0 \rightarrow$ WP bei $x = 2$

- ④ $f(2) = 2^3 - 6 \cdot 2^2 + 2 - 1$
 $f(2) = 9 \rightarrow$ W(2|9)

2. $f(x) = x^4 - 6x^2 + 3$

- ① $f'(x) = 4x^3 - 12x$
 $f''(x) = 12x^2 - 12$
 $f'''(x) = 24x$
- ② $12x^2 - 12 = 0 \quad | :12$
 $x^2 = 1 \quad | \sqrt{\quad}$
 $x = 1$

③ $f'''(1) = 24 \cdot 1 \neq 0 \rightarrow$ WP bei $x = 1$

- ④ $f(1) = 1^4 - 6 \cdot 1^2 + 3$
 $f(1) = -2 \rightarrow$ W(1|-2)